

SISTEMAS DE VECTORES DESLIZANTES

En un S.V.D. aparecen dos clases de vectores.

Vectores deslizantes, dan el vector y un punto de su recta soporte.

Vectores momento o vectores par, son vectores libres (pueden estar aplicados en cualquier punto). Estos vectores vienen de dos vectores de igual modulo, dirección y sentido contrario. No tienen porque aparecer en el sistema.

Resultante general $\vec{R} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \dots + \vec{v}_n$

Momento resultante respecto a un punto O

$$\vec{M}_O = \vec{OA}_1 \wedge \vec{v}_1 + \vec{OA}_2 \wedge \vec{v}_2 + \dots + \vec{OA}_n \wedge \vec{v}_n + \vec{M}_1 + \dots + \vec{M}_n$$

Cambio de momentos $\vec{M}_P = \vec{M}_O + \vec{PO} \wedge \vec{R}$

Invariantes aquellas cantidades que permanecen constantes, independientemente del punto de momentos considerado.

Primer invariante R

Segundo invariante $\vec{R} \cdot \vec{M}_O$

Tercer invariante $\frac{\vec{R} \cdot \vec{M}_O}{R}$

Momento mínimo es la proyección del momento resultante sobre la resultante

$$\vec{M}_{min} = M_{min} \cdot \vec{u} \quad M_{min} = \frac{\vec{R} \cdot \vec{M}_O}{R} \quad \vec{u} = \frac{\vec{R}}{R}$$

Eje central, lugar geométrico de los puntos del espacio que tienen momento mínimo. Es una recta paralela a la resultante.

$$\frac{x - x_E}{R_x} = \frac{y - y_E}{R_y} = \frac{z - z_E}{R_z} \quad \vec{OE} = \frac{\vec{R} \wedge \vec{M}_O}{|\vec{R}|^2}$$

Momento axial, la proyección sobre un eje del momento del vector respecto de cualquiera de los puntos de dicho eje. Es una magnitud escalar. $M_{aje} = \vec{M}_P \cdot \vec{u}$

con $\vec{u}$ vector unitario del eje

con $\vec{M}_P = \vec{PA} \wedge \vec{v}$ siendo $\vec{v}$ el vector del cual queremos calcular su momento axial, A un punto de la linea de acción del vector, y P un punto del eje.

Sistemas de vectores deslizantes concurrentes

Todas las rectas soportes de los vectores del S.V.d: concurren o se cortan en un mismo punto A, punto de concurrencia.

$$\vec{M}_O = \vec{OA} \wedge \vec{v}_1 + \vec{OA} \wedge \vec{v}_2 + \dots + \vec{OA} \wedge \vec{v}_n = \vec{OA} \wedge \vec{R} \quad \text{Varignon}$$

Consecuencias $\vec{M}_A = \vec{0}$

2º inv $\vec{R} \cdot \vec{M}_O = 0$

$$\vec{M}_{min} = \vec{0}$$

3er inv $\frac{\vec{R} \cdot \vec{M}_O}{R} = 0$

El punto de concurrencia pertenece al eje central